MATEMATICA DISCRETA 2

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA
A.A.: 2014/15
18 GIUGNO 2015

Innanzitutto si compilino i seguenti campi
Cognome [ ] Nome [ ]
Numero di Matricola [| | | | | |]

Poi si svolgano su foglio protocollo i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata. Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni. Non sono consentite attrezzature elettroniche di alcun tipo, incluse le calcolatrici tascabili e i telefoni cellulari, né libri, né appunti. Si consegni solo la bella copia, inserendo questo foglio all'interno.

Esercizio 1. *Si dimostri per induzione su $n \in \mathbb{N}$ la seguente proprietà :*

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{6n+4} \qquad \forall n \geq 1$$

Esercizio 2. *Determinare tutte le soluzioni (se esistono) del seguente sistema di congruenze:*

$$\begin{cases} x \equiv 9 & mod\ 603 \\ x \equiv 27 & mod\ 144 \end{cases}$$

$[3627]_{9648}$

Si determini, motivando la risposta, se esiste una soluzione divisibile per 5. [*SI*]

Esercizio 3. *Sia* $A := \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, *sia* $B := \{n \in A \mid n^2$ *é pari*$\}$ *e sia* $C := \{n \in A \mid n \leq 7\}$. *Si calcoli la cardinalitá dei seguenti insiemi* X, Y *e* Z*:*

- $X := A \setminus (B \setminus C)$; [9]
- $Y := \{D \in 2^A \mid B \subset D\}$; $[2^5]$
- $Z := \{f \in A^A \mid f(B) \subset B\}$. $[50^5]$

Esercizio 4. *Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori*

$$d_1 = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 10, 11) \quad d_2 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 8, 8)$$

è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo applicando il teorema dello score. d_1*: SI;* d_2*: NO*
Si dica inoltre se
i) esiste un tale grafo che sia anche un albero; [*NO*]
ii) esiste un tale grafo che sia sconnesso; [*NO*]
iii) esiste un tale grafo che sia 2-connesso. [*SI*]

Esercizio 5 (Domanda di teoria). *Si enunci e dimostri il teorema di equivalenza tra la congiungibilità con cammini e la congiungibilità con passeggiate e si dimostri che la relazione di congiungibilità è una relazione di equivalenza.*